

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba DNL
Matematică
secții bilingve francofone

Varianta 4

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

PREMIER SUJET

(30 points)

1^{ère} partie : QCM (20 points)

Pour chaque question de cet exercice, une seule des quatre réponses est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- 5p** 1. Un objet valant 25 € augmente de 2% et puis diminue de 2%. Sa valeur finale est :

A : 25,01 €	B : 25 €	C : 24,99 €	D : 24,98 €
-------------	----------	-------------	-------------

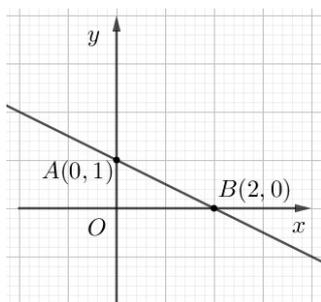
- 5p** 2. Un mot de passe est formé de quatre lettres prises au hasard dans l'alphabet français (26 lettres). Sandrine sait que le mot de passe comporte deux lettres identiques au début. La probabilité de trouver le bon code, en formulant un mot de passe est :

A : $\frac{1}{26^3}$	B : $\frac{1}{26^4}$	C : $\frac{1}{26^3 \cdot 25}$	D : $\frac{1}{26^2}$
----------------------	----------------------	-------------------------------	----------------------

- 5p** 3. Dans un repère orthonormé, on considère les points : $A(2,4)$, $B(4,8)$, $C(6,4)$, $D(5,0)$, $E(8,6)$. Alors :

A : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$	B : $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$	C : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$	D : $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DE}$
---	--	---	--

- 5p** 4. Un point qui appartient à la droite AB est :



A : $M\left(3, -\frac{1}{2}\right)$	B : $N\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$	C : $P\left(-3, \frac{1}{2}\right)$	D : $Q\left(\frac{1}{2}, -3\right)$
-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

2^{ème} partie : questions de cours (10 points)

On considère la série ordonnée ci-dessous.

6 6,25 7 7,5 7,5 8 9 9,5 10 10,5 11 11,5 12,5 12,5 13,5 13,75 14

- 5p** 5. Déterminer la médiane, les quartiles 1 et 3 et l'écart interquartile.
- 5p** 6. Pour calculer rapidement la moyenne on enlève 10 à chaque valeur, on calcule la moyenne des valeurs obtenues, puis on rajoute 10 pour obtenir la moyenne cherchée. Montrer que ce calcul donne la moyenne exacte et la calculer.

DEUXIÈME SUJET

(60 points)

1. Pour tout n entier naturel, soient (u_n) la suite définie par $u_0 = \frac{3}{2}$, $u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2}$, (v_n) la suite définie par $v_0 = \frac{1}{2}$, $v_{n+1} = \frac{v_n + 1}{2}$, (s_n) la suite définie par $s_n = u_n + v_n$ et (d_n) la suite définie par $d_n = u_n - v_n$.

- 5p a) Calculer s_0 et s_1 .
- 5p b) Démontrer que $s_n = 2$, pour tout n entier naturel.
- 5p c) Démontrer que la suite (d_n) est géométrique.
- 5p d) Déterminer le terme général de la suite (d_n) , en fonction de n .
- 5p e) En déduire l'expression de u_n et de v_n en fonction de n .
- 5p f) Montrer que $S_{n+1} = \sum_{k=0}^{n+1} v_k = n + u_{n+1}$, pour tout n entier naturel.

2. Dans le plan complexe, muni d'un repère orthonormé, on considère les nombres complexes $z_1 = -\sqrt{3} - i$, $z_2 = \sqrt{3} - i$ et $z_3 = 2i$.

- 5p a) Montrer que $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ et $|z_1| = |z_2| = |z_3|$.
- 5p b) Déterminer la forme trigonométrique de z_1 et de z_2 .
- 5p c) Donner le module et l'argument réduit de z_2^{2023} .

On désigne par A , B et C les points ayant pour affixes respectives $z_A = \sqrt{3} - i$, $z_B = -\sqrt{3} - i$ et $z_C = 2i$.

- 5p d) Démontrer que le triangle ABC est équilatéral.
- 5p e) Déterminer l'affixe du point D , tel que le quadrilatère $ABCD$ soit losange.
- 5p f) On admet que pour tous nombres complexes z et Z on a $|z - Z|^2 + |z + Z|^2 = 2(|z|^2 + |Z|^2)$. Démontrer que, pour les points P , Q , R , distincts, quelconques du plan, si $z_P + z_Q + z_R = 0$ et $|z_P| = |z_Q| = |z_R|$, alors le triangle PQR est équilatéral.