Examenul național de bacalaureat 2023
Proba DNL
Matematică
secții bilingve francofone

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 4

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total obținut pentru lucrare.**

PREMIER SUJET **(30 points)**

	1ère partie : QCM (20 points)	
1.	*C*	**5p**
2.	*A*	**5p**
3.	*D*	**5p**
4.	*A*	**5p**
	2ème partie : questions de cours (10 points)	
5.	$N=17$, $Me=10$ (la 9e valeur de la série)	**2p**
	$Q_1=7{,}5$ (la 5e valeur de la série), $Q_3=12{,}5$ (la 13e valeur de la série), $Q_3-Q_1=5$	**3p**
6.	$\overline{x}=\dfrac{x_1+x_2+\ldots+x_{17}}{17}=\dfrac{(y_1+10)+(y_2+10)+\ldots+(y_{17}+10)}{17}=\dfrac{10\cdot 17}{17}+\dfrac{y_1+y_2+\ldots+y_{17}}{17}=$ $=10+\overline{y}$. Le calcul est exact.	**3p**
	La somme des différences, $y_1+y_2+\ldots+y_{17}$, est 0, ainsi leur moyenne est $\overline{y}=0$; donc $\overline{x}=10+0=10$	**2p**

DEUXIÈME SUJET **(60 points)**

1.a)	$s_0=u_0+v_0=2$	**2p**
	$s_1=u_1+v_1=\dfrac{u_0+v_0+2}{2}=2$	**3p**
b)	$s_{n+1}=u_{n+1}+v_{n+1}=\dfrac{u_n+v_n+2}{2}=\dfrac{s_n+2}{2}$, pour tout n entier naturel	**2p**
	De plus $s_0=2$, donc la suite (s_n) est constante de valeur 2, pour tout n entier naturel	**3p**
c)	$d_{n+1}=u_{n+1}-v_{n+1}=\dfrac{u_n+1}{2}-\dfrac{v_n+1}{2}=\dfrac{u_n-v_n}{2}=$	**3p**
	$=\dfrac{1}{2}d_n$, pour tout n entier naturel, donc la suite (d_n) est géométrique	**2p**
d)	$d_0=1$	**2p**
	$d_n=d_0\cdot q^n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$, pour tout n entier naturel	**3p**
e)	Pour tout n entier naturel $u_n+v_n=2$ et $u_n-v_n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$, d'où $u_n=\dfrac{1}{2}\left(2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right)=1+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$	**3p**
	$v_n=\dfrac{1}{2}\left(2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right)=1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$	**2p**

f)	$S_{n+1}=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(1-\frac{1}{2^2}\right)+\ldots+\left(1-\frac{1}{2^{n+2}}\right)=n+2-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^{n+2}}\right)=$	**2p**
	$=n+2-1+\left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}=n+1+\left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}=n+u_{n+1}$, pour tout n entier naturel	**3p**
2.a)	$z_1+z_2+z_3=\left(-\sqrt{3}+\sqrt{3}\right)+\left(-1-1+2\right)i=0$	**2p**
	$\lvert z_1\rvert=\lvert z_2\rvert=\sqrt{3+1}=2$, $\lvert z_3\rvert=2$, donc $\lvert z_1\rvert=\lvert z_2\rvert=\lvert z_3\rvert$	**3p**
b)	$z_1=2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)=2\left(\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$	**2p**
	$z_2=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)=2\left(\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6}\right)$	**3p**
c)	$\left\lvert z_2^{2023}\right\rvert=\lvert z_2\rvert^{2023}=2^{2023}$	**2p**
	$\frac{11\pi}{6}\cdot 2023=3708\pi+\frac{5\pi}{6}$, donc $\arg\left(z_2^{2023}\right)=\frac{5\pi}{6}$	**3p**
d)	$AB=\lvert z_B-z_A\rvert=\left\lvert -2\sqrt{3}\right\rvert=2\sqrt{3}$	**2p**
	$BC=AC=2\sqrt{3}$; conclure	**3p**
e)	$ABCD$ est losange si et seulement si $AB=BC$ et $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$	**2p**
	$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow z_D=z_A+z_C-z_B\Leftrightarrow z_D=2\sqrt{3}+2i$	**3p**
f)	$z_R=-z_P-z_Q\Rightarrow\lvert z_R\rvert=\lvert z_P+z_Q\rvert$	**2p**
	$\lvert z_P-z_Q\rvert^2+\lvert z_P+z_Q\rvert^2=2\left(\lvert z_P\rvert^2+\lvert z_Q\rvert^2\right)\Rightarrow\lvert z_P-z_Q\rvert^2+\lvert z_R\rvert^2=4\lvert z_R\rvert^2\Rightarrow\lvert z_P-z_Q\rvert^2=3\lvert z_R\rvert^2$. De même $\lvert z_Q-z_R\rvert^2=3\lvert z_Q\rvert^2=3\lvert z_R\rvert^2$ et $\lvert z_R-z_P\rvert^2=3\lvert z_R\rvert^2$; conclure	**3p**