

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică M_{șt-nat}

Varianta 1

Fișiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

(30 de puncte)

SUBIECTUL I

- 5p 1. Determinați partea reală a numărului complex $z = 3 + 2(1 - i)$. **5**
- 5p 2. Arătați că $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 23$ știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 3x + 10 = 0$. **✓**
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$. **-1, 0**
- 5p 4. Determinați câte numere naturale impare de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1, 2, 3\}$. **4**
- 5p 5. Determinați numărul real a pentru care dreptele de ecuații $y = (a-1)x + 1$ și $y = 2x - 3$ sunt paralele. **1/2**
- 5p 6. Determinați raza cercului circumscris triunghiului ABC în care $AB = 3$, $AC = 4$ și $BC = 5$. **5/12**

(30 de puncte)

SUBIECTUL al II-lea

- 5p 1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Calculați $\det(A(2))$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $A(x) \cdot A(-x) = I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Arătați că $\det(A(1) + A(2) + \dots + A(n)) = \frac{n^2(n-1)(n+3)}{4}$ pentru orice număr natural nenul n .
- 5p 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 4(x + y - 3) - xy$.
- 5p a) Calculați $2 * 4$.
- 5p b) Arătați că $x * y = 4 - (x-4)(y-4)$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x * x * x = x$.

(30 de puncte)

SUBIECTUL al III-lea

- 5p 1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x - x + 1$.
- 5p a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow e} f(x) = 1$.
- 5p b) Arătați că $f'(x) = \ln x$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p c) Arătați că $f(x) \geq 0$ pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 8x + 15}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^{2014} (x+3)(x+5)f(x) dx = 2014$.
- 5p b) Arătați că $\int_{-1}^1 f(x) \cdot f'(x) dx = -\frac{1}{144}$.
- 5p c) Determinați numărul real a , $a > 0$, știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = a$, are aria egală cu $\frac{1}{2} \ln \frac{10}{9}$.

Varianta 1