Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_mate-info*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p 1. Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\ge 1}$ știind că $a_1 = 6$ și $a_2 = 12$.

5p 2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+4$.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\left(3^x-1\right)\left(3^x-3\right)=0$.

5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să conțină cifra 1.

5p 5. Se consideră triunghiul echilateral ABC cu $AB=2$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

5p 6. Calculați aria triunghiului isoscel ABC știind că $A=\frac{\pi}{2}$ și $AC=4$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}2 & a & a\\ a & 2 & 2\\ a & a & 2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p a) Arătați că $\det\left(A(0)\right)=8$.

5p b) Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(A(a)\right)=0$.

5p c) Determinați matricea $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$ știind că $A(1)\cdot X=\begin{pmatrix}4\\ 5\\ 4\end{pmatrix}$.

2. Se consideră x_1, x_2, x_3 rădăcinile polinomului $f=X^3-2X^2+3X+m$, unde m este număr real.

5p a) Calculați $f(1)$.

5p b) Arătați că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=-2$.

5p c) Determinați numărul real m știind că $x_1^3+x_2^3+x_3^3=8$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{\ln x}{x}$.

5p a) Arătați că $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p c) Arătați că $f(x)\le\frac{1}{e}$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x+1$.

5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x)\,dx=\frac{11}{6}$.

5p b) Pentru fiecare număr natural nenul n, se consideră numărul $I_n=\int_0^1\frac{x^n}{f(x)}dx$. Arătați că $I_{n+1}\le I_n$ pentru orice număr natural nenul n.

5p c) Determinați numărul real pozitiv a știind că $\int_0^a\frac{2x+1}{f(x)}dx=\ln 3$.